NOMS Prénoms des élèves du groupe :

-
-
-
-

Travail de groupe n° 5

1 heure

	Exercice 1	Exercice 2	Exercice 3	Exercice 4	BONUS	Tenue du groupe
Total	5	4	5	5	2	1

Exercice 1

Dire, pour chacune des affirmations suivantes, si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte dans l'évaluation.

1. On peut toujours additionner deux matrices.
2. Pour toutes matrices carrées A et B d'ordre 2, si $A \times B = O_2$ alors $A = O_2$ ou $B = O_2$.
3. Pour tout réel a, la matrice $M = \begin{pmatrix} a & -1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$ est inversible.
4. Pour toute matrice A carrée d'ordre 2, si $A^2 = I_2$ alors $A = I_2$ ou $A = -I_2$

Exercice 2

Considérons la matrice $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer, sans utiliser la calculatrice mais en faisant un raisonnement que l'on explicitera, la matrice A^{50}

Exercice 3

Considérons la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

1. Calculer $6A - A^2$
2. En déduire que A est inversible et montrer que $A^{-1} = \alpha I + \beta A$, où α et β sont deux réels que l'on déterminera.
3. En déduire A^{-1}

Exercice 4

Considérons la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ et la suite (u_n) définie par : $u_0 = 0$ et, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n + 2^n$

1. Calculer A^2 et A^3.
2. Conjecturer l'expression de A^n en fonction de n et u_n.
3. Démontrer votre conjecture.

BONUS

On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

et la suite de Fibonacci définie par :

$$F_0 = 0, \quad F_1 = 1, \quad F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$$

1. Calculer A^2, puis A^3.
2. Conjecturer l'écriture de A^n.
3. Démontrer votre conjecture.
4. En déduire une méthode rapide pour calculer F_{20} et donner cette valeur.